

銘傳大學九十一學年度學士後中等教師職前學分班招生考

試

第三節

數學 試題

1. (12%)

設 $a_n = 1 + 2 + \cdots + n + (n+1) + n + (n-1) + \cdots + 2 + 1$ ，求

(1) a_n 之值

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - 1/a_1)(1 - 1/a_2)(1 - 1/a_3) \cdots (1 - 1/a_n)$ 之值

2. (12%)

若 $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ (x 為實數)，求 $f^{-1}(x)$

3. (12%)

設 $1/\sin\theta + 1/\cos\theta = \sqrt{3}$ ，求 $\sin\theta + \cos\theta$

4. (12%)

設 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (1, m)$ ，若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$ ，則當 \vec{b} 為何值時， $|\vec{b}|$ 有最小值？

5. (12%)

設 L 為 $x - y + z = 1$ 與 $x + y - z = 1$ 兩平面的交線，則直線 L 上與點 $(1, 2, 3)$ 距離最近的座標為何？

6. (12%)

某市為了籌措經費而發行彩券，每張彩券售價為 100 元，且每發行一百萬張彩券，及附有一百萬元獎 1 張，五十萬元獎 10 張，十萬元獎 100 張，一萬元獎 500 張，一千元獎 1000 張。假設某次彩券共發行三百萬張，試問購買一張彩券時的預期損失？

7. (13%)

求拋物線 $y = x^2$ 之上， $y = 2x$ 之下，在第一象限所圍成的區域面積為何？

8. (15%)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(1) 若 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求最小自然數 $n = ?$

(2) A^{2003} 之值

(3) $\sum_{n=1}^{100} A^n = ?$

試題完