

銘傳大學九十二學年度學士後中等學校教師職前學分班招生考試

第三節

數學試題

1、(1) 試作函數 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & \text{若 } x \geq 1 \\ 1-x, & \text{若 } x < 1 \end{cases}$ 的圖形。

(2) 試求曲線在點(2,1)之斜率。

(3) $f(x)$ 在 $x=1$ 是否可以微分。(12分)

2、試解 $|3x-1| < x+2$ ，並圖示其解集合。(8分)

3、設 $x>0, y>0$ ，求 $\left(4x - \frac{1}{y}\right)\left(9y - \frac{1}{x}\right)$ 的最小值。(10分)

4、圖示下列不等式之解

$$\begin{cases} -2xy \geq 2 \\ x-3y \leq 6 \\ x, y \geq 1 \end{cases} \quad (10 \text{ 分})$$

5、設 $a > 0, b > 0, a^2 + b^2 = 7ab$ ，試證

$$\log_{10} \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_{10} a + \log_{10} b) \quad (10 \text{ 分})$$

6、設方程式 $x^2 + y^2 + 2kx - 2y + 5 = 0$ 的圖形表一圓，試求 k 的範圍。(10分)

7、試證: $\cos(\tan^{-1} x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ (10分)

8、試求下列各極限 (20分)

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{-x}}{\sqrt{1-9x^3}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} \int_0^x \sin t^2 dt$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty^+} \sin x \ln \sin x$

9、試求瑕積分 $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ (10分)

試題完