

銘傳大學八十九學年度大學推薦甄選入學考試

(應用統計系)

數學學科 試題

一、填空題 60%

請將答案依題號順序寫在試卷紙上不必寫出演算過程。

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}-1}{6^{n-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. $\log_{10} \tan 15^\circ \cdot \log_{10} \tan 25^\circ \cdot \log_{10} \tan 35^\circ \cdot \log_{10} \tan 45^\circ \cdot \log_{10} \tan 55^\circ \cdot \log_{10} \tan 65^\circ \cdot \log_{10} \tan 75^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

3. $\sum_{n=1}^{360} \sin n^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 設 θ 為向量 $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ 與 $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ 之間的夾角，則 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 平面上三點 $O(0, 0)$, $A(1, 2)$ 與 $B(3, 4)$ 所圍成 $\triangle ABC$ 之面積 $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 若 $\log_{10} a + \log_{10} b = 5/2$, $\log_{10} a \log_{10} b = 1$, 則 $\log_a b + \log_b a$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$

7. 二次方程式 $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 的圖形是 $\underline{\hspace{2cm}}$

8. 當 $x = \alpha$ 時，函數 $y = 2 \cos x - 3 \sin x$ 有最大值，則 $\tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 假設 α, β 是二次方程式 $\begin{vmatrix} x - \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & x - \cos \theta \end{vmatrix} = 0$ 的兩個根，再設 n 是整數，則 $\alpha^n + \beta^n = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 函數 $f(x) = |\tan x| + |\cot x|$ 之週期為 $\underline{\hspace{2cm}}$

二、計算題 40%

1. (1) 試將 $1/k(k+1)$ 分成二個分式之差。(4%)

(2) 利用(1)之結果求 $1/1 \cdot 2 + 1/2 \cdot 3 + 1/3 \cdot 4 + \dots + 1/n \cdot (n+1)$ 之和。(6%)

2. 若要使 $\log_{x-2} \frac{x^2 - 4x + 3}{x+1}$ 有意義，則 x 應限制在什麼範圍內。(10%)

3. 試解下列方程組 (10%)

$$\begin{cases} \log_{10}(x/y + xy) = 0 \\ \log_4(y/x + 1/xy) = 1 \end{cases}$$

4. 設 A、B、C, 為 $\triangle ABC$ 之三內角,其所對三邊之長分別為 a, b, c 試求行列式

$$\begin{vmatrix} a^2 - x & ab - x \cos C \\ ab - x \cos C & b^2 - x \end{vmatrix} = 0 \text{ 的 } x \text{ 值}(x \neq 0) \circ (10\%)$$