

# 銘傳大學 101 學年度研究所碩士班招生考試

## 應用統計資訊學系碩士班

### 第三節

#### 「機率論」試題

(第 | 頁共 | 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機  不可使用計算機

1. (a) (10%) 若隨機變數  $X$  為二項分配  $B(n, p)$ ，請證明此隨機變數的眾數(mode)為

$$M_o = \begin{cases} [(n+1)p] & \text{若 } (n+1)p \text{ 不為整數} \\ (n+1)p \text{ 或 } (n+1)p - 1, & \text{若 } (n+1)p \text{ 為整數} \end{cases}$$

(b) (5%) 試問擲一公正骰子 100 次，最有可能出現幾次點數 1？

(c) (5%) 試問擲一骰子 100 次，僅出現一次點數 1，此骰子是否為公正的？

2. (a) (5%) 在三個盒子中，分別放入 10 顆有編號(1,2,3,...,10)的球。今分別從每一個盒子內抽出 1 顆球。試問從這三個盒子內抽出的球的編號相同的機率為何？

(b) (5%) 在一個盒子中，放入 10 顆有編號(1,2,3,...,10)的球。今從盒子內以取出後放回的方式抽出 3 顆球。試問抽出的球的編號相同的機率為何？

3. 設一間工廠使用四部機器(M1、M2、M3、M4)生產燈泡，已知 M1 機器生產全部產品的 15%，M2 機器生產全部產品的 20%，M3 機器生產全部產品的 25%，M4 機器生產全部產品的 40%。依過去經驗得知，M1、M2、M3、M4 三部機器生產燈泡的不良率分別為 4%、3%、2%、1%。

(a) (5%) 試求在全部產品中隨機抽出一個，其為不良品的機率？

(b) (5%) 若已知被抽取的產品為不良品，則此產品為 M1 機器製造的機率為何？

4. (a) (15%) 設兩隨機變數  $X$  和  $Y$  獨立，分別為卜瓦松分配(Poisson distribution)平均數為  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ ，試求  $P(Y = y | X + Y = z)$ 。

(b) (5%) 設收費站有兩個收費車道(A 車道與 B 車道)，此兩個收費車道每十分鐘的車流量皆為卜瓦松分配平均數為 10 輛車。今假設在某十分鐘內有 25 輛車通過此收費站，試求有  $a$  輛車由 A 車道通過收費站的機率。

5. 設兩隨機變數  $X$  和  $Y$  獨立，機率密度函數為分別為

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})2^{n/2}} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, \quad x > 0 \quad \text{和} \quad f(y) = \frac{1}{\Gamma(\frac{m}{2})2^{m/2}} y^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}}, \quad y > 0.$$

(a) (10%) 試求  $Z = \frac{X}{X+Y}$  的機率密度函數。

(b) (10%) 續(a)小題，試求  $Z$  的期望值和變異數。

6. 設隨機變數  $X$  的機率密度函數為

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x > 0, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0.$$

(a) (10%) 試求  $Y = \ln x$  的機率密度函數。

(b) (10%) 續(a)小題，試求  $Z = |Y - \mu|$  的機率密度函數。

< 試題結束 >

試題完  
End of exam