

銘傳大學八十七學年度資訊管理研究所碩士班招生考試
資訊科學

第二節

微積分 試題

1. 設 $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ 且 $f(0) = 0$, 求 $f'(x)$ 且說明 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 處是否連續。(10 分)
2. 若利率固定, 某人今日將錢存入銀行, 六年後本利和是本金的二倍, 求月複利(Compounded monthly)的年利率及連續複利(Compounded continuously)的年利率。(10 分)
3. 若 $a_1 = \sqrt{2}$ 且 $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, 試說明序列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 是否收斂, 如果收斂, 求其收斂值。(10 分)
4. 某工廠生產 A、B 兩型電視機, 若每週分別生產 x 、 y 個所需成本為 $C(x, y) = 6x^2 + 12y^2$, 求每週電視機需求量 90 個的最小成本。(10 分)
5. 設 $f(x, y, z) = 1/3x^3 + 2y^2 + z^2 - 2xy + 3xz + yz - 4x + 4y - 6z + 1$, 求此函數的局部最大點(Point of local maximum)、局部最小點(Point of local minimum)或鞍點(Saddle point)。(10 分)
6. 假設某物品在一年開始的 x 個月存貨量為 $I(x) = 10 + 36x - 3x^2$, $0 \leq x \leq 12$, 求此物品第一季的平均存貨量。(10 分)
7. 令 $x \geq 0$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^x + 2^x + \dots + n^x}{n^{x+1}}$ 。(10 分)
8. 下列每題五分。

(a) 求 $\int_0^1 \int_x^1 e^{y^2} dy dx$ 。

(b) 求 $\int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$ 。

(c) 求 $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$ 。

(d) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$, 求 $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} e^{-x} dx$ 。

(e) 若 $|x| < 1$, 求 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 。

(f) 求 $\frac{d}{dx}(x^x)$ 。

試題完