

# 銘傳大學八十七學年度管理科學研究所碩士班招生考試

## 第三節

### 微積分 試題

所有答案請填寫於答案本內禁止使用電子計算機

壹、填充題：(每題五分共六十分；填入答案即可、不需計算過程)

A. 設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，在  $x = 2/3$  有局部極大值  $86/27$ ，且在  $x = 2$  有局部極小值  $2$ 。求  $d =$  \_\_\_\_\_。

B. 令  $f(x) = x(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)(x+5)(x-6)$ ，則  $f'(x) = 0$  共有幾個實根？  
\_\_\_\_\_

C. 函數  $f(x)$  滿足  $\frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{f(x)}$  且  $f(0) = 8$  求  $f(x) =$  \_\_\_\_\_？

D. 令  $x = e^t$ ,  $y = te^{-t}$ ，則  $dy/dx =$  \_\_\_\_\_ (以  $x, y$  之函數式表達)？

E. 曲線  $2x^2 - 2xy + 2x - y - 15 = 0$ ，的斜漸近線為：\_\_\_\_\_？

F. 令  $M(v) = \int_0^{\infty} e^{-vx} te^{-tx} dx$ ，求  $\frac{dM(v)}{dv} =$  \_\_\_\_\_？

G. 令  $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x(x+1)(x+2)}$ ，則  $f'(1) + f'(2) + f'(3) =$  \_\_\_\_\_？

H.  $\int_0^3 |x^2 - 3x + 4| dx =$  \_\_\_\_\_？

I.  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx = ?$  \_\_\_\_\_

J. 令  $f(x) = x^9 - 2x^5 + 8$ ，則  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(\sqrt{2}+t) - f(\sqrt{2})}{t} = ?$  \_\_\_\_\_

K. 利用微分法求  $\sqrt{5.05^2 + 11.99^2}$  之近似值\_\_\_\_\_。

L. 求  $\iint_R xe^{y^2} dA =$  \_\_\_\_\_， $R$  為第一象限內及  $y = x^2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 4$  所圍成的區域。

貳、計算極證明題：(每題十分共四十分；必須詳細寫下過程、否則不予計分)

A. “極限存在”，“連續”和“可微分”三者之間有何關係，請舉例說明之。

B. 若  $u, v$  均為  $x, y$  的函數，且滿足  $xu^2 + y^2v = 2x$  及  $u + xv^2 = x^2$ ，求  $\frac{\partial u}{\partial x}$  (以

x, y, u, v 之函數式表達)？

$$C. \text{ 令 } f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & \text{若 } x \neq 0 \\ 1, & \text{若 } x = 0 \end{cases}$$

(a) 求  $f(x)$  的級數表達式(a power series representation of  $f(x)$ )。

(b) 利用(a)所得之結果證明  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!} = 1$

D. 某公司的生產函數定為  $P(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y - 2z + 1001$ ；其中  $x, y, z$  分別表示不同成本量，今若受制於  $3x + 4y + 2z = 58$ ，試求各成本量使得  $P$  有最大值，且  $P$  的最大值是多少？

試題完