

銘傳大學八十九學年度資訊管理研究所碩士班招生考試

第二節

微積分 試題

所有答案請填寫於答案本內禁止使用電子計算機

壹、 填充題:(每題四分共六十八分,填入答案即可不需過程)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \tan(x)}{x^3} = \underline{\text{(a)}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{t^2+2xt+x^2} - e^{t^2}}{2x} =$

$\underline{\text{(b)}}$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x\sqrt{1+4x^2} - 2x^2) = \underline{\text{(c)}}$

(d) $\frac{d}{dx} \int_{\cos(x)}^0 \frac{1}{1-t^2} dt = \underline{\text{(d)}}$

(e) $\frac{d}{dx} \ln\left(\frac{x\sqrt{x+4}}{(x-1)^3}\right) = \underline{\text{(e)}}$

(f) $\int_0^1 \ln\left(\frac{1}{x}\right)^5 dx = \underline{\text{(f)}}$

(g) $\int x^{\frac{2}{3}} \ln|x| dx = \underline{\text{(g)}}$

(h) $\int \frac{6x+7}{(x+1)^2} dx = \underline{\text{(h)}}$

(i) $\iint_A \frac{\sin x}{x} dA = \underline{\text{(i)}}$, where A is the triangle in the xy-plane bounded

by the x-axis, the line $y = x$, and the line $x = 1$.

(j) Let $f(x) = (1 - \cos(x))/x$, find $f^{(9)}(0) = \underline{\text{(j)}}$

(k) The area of the region enclosed by the cardioid $r = 2(1 + \cos \Theta)$ is

$\underline{\text{(k)}}$

(l) 曲線 $y^3 - 5x = xy + 1$ 在點(1, 2)上的切線方程式為 $y = \underline{\text{(l)}}$

(m) $y = -4x^4 + 4x^3 + 20x^2 - 12$ 在 $[-3, 1]$ 區間內的絕對極大值為 $\underline{\text{(m)}}$

(n) Let $x = 4\cos^3 t$, $y = 4\sin^3 t$, $0 \leq t \leq 2\pi$, then the length of the curve is

$\underline{\text{(n)}}$

(o) The oblique asymptote of $y = (x^2 - 3)/(2x - 4)$ is $y = \underline{\text{(o)}}$

(p) 估計 $\int_0^{0.2} \sqrt{1+x^4} dx = \underline{\text{(p)}}$ (允許誤差為 10^{-5})

(q) 某次考試因為學生成績所得不理想所以老師打算調整分數原則如下:以原成績 0 分至 100 分取平方跟後再乘以 10 計算。若以此算法則原分數得到 $\underline{\text{(q)}}$ 最有利(加分最多)。

貳、 計算題: (每題八分共三十二分, 必須詳細寫下過程, 否則不予計分)

(A) 空間中某線的參數方程式為 $x = 1 + t$, $y = 3 - t$, $z = 2t$, 求點 $(1, 1, 5)$ 至線的最短距離。

(B) A wire of length L is available for making a circle and a square. How should the wire be divided between the two shapes to maximize the sum of the enclosed areas.

(C) 設 $\{a_n\}$ 為一正項數列, $a_1 = 4$, $a_2 = 1$, 使得 $a_n = (a_{n-1} + a_{n-2})/2$, $3 \leq n$. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)$.

(D) 使用 Newton 法並以 Basic 或其他任何一種程式語言求解 $\cos(x) = x$, 給定起始值 $x = 1$, 允許誤差為 10^{-4} (注意: 請只寫程式即可不需算出結果)

試題完