

銘傳大學九十學年度管理科學研究所碩士班招生考試

第一節

統計學 試題

壹、簡答題(每題 4 分)

1. 試簡述柴比雪夫定理(Chebyshev's Theorem)。
2. 試述中央極限定理(Central limit theorem)。
3. 在假設檢定過程當中何謂型 I 誤差(type I error)即型 II 誤差(type II error)。
4. 何謂抽樣分配(sampling distribution)，試簡述之。
5. 在點估計的過程中，如何評估點估計式(point estimator)的優劣。試列舉兩種方式。

貳、填充題(每格 2 分)

1. 在判斷資料的集中趨勢量數中，最受極值(extreme value)影響的是_____。
2. 在對稱分配中，平均數左右一個標準差的範圍內約包含_____%的觀測值。
3. 若兩變數為完全線性相關。則此兩變數之相關係數(correlation coefficient)為_____。
4. 不會同時發生的兩事件，稱為_____事件。
5. A、B 為互相獨立的兩事件且 $\Pr(A)=0.4$ ， $\Pr(B)=0.5$ ，則 $\Pr(Ac \cap B)=$ _____。
6. 投擲一個公平的銅板請問你期望投擲多少次就能投擲到第一個正面(head)?_____。
7. 某統計測驗成績符合平均值 60 分及標準差 10 分之常態分配，試問本次考試有多少百分比的學生成績及格?_____。
8. 設隨機變數 X 之機率密度函數為 $f(x) = \binom{n}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ， $x=0,1,2,\dots,n$ ，今令新隨機變數 $Y=3+2X$ ，則 $\text{Var}(Y)=$ _____。
9. 在假設檢定過程當中若有顯著水準 $\alpha = 0.01$ 且 $0.01 < P \text{ 值} < 0.02$ ，則此檢定結果應為_____。
10. 如果某家公司的營業額(Y)和廣告費用(X)的相關係數是 0.95，試問有多少百分比的營業額變異程度可由廣告費用來解釋?_____。

參、 計算題

1. (18 分)考慮簡單線性迴歸模型 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ 其中 ε_i 遵循常態 $N(0, \sigma^2)$ 及獨立分佈。設給定資料

x	1	1	2	4	5
y	4	3	5	7	8

試以 t 檢定；F 檢定及信賴區間法三種方式來檢定迴歸係數 β_1 是否為 0。(設顯著水準 $\alpha=0.05$)

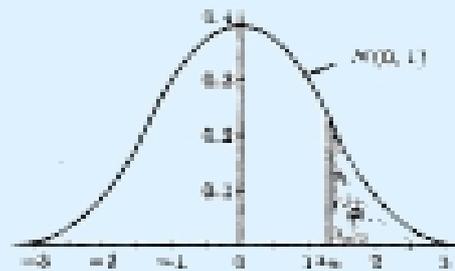
2. (10 分)年底選舉即將到來，某民意調查單位希望在 95%的信心水準下，預測某候選人的民調得票率與真正得票率誤差不會超過正負三個百分點，請問此民意調查機構需要抽樣多少樣本？
3. (16 分)根據 n 組廣告費用 X(元)與營業額 Y(百萬元)的樣本資料，求得簡單線性迴歸預測模型及樣本相關係數分別為 $\hat{y} = 5.291 + 3.274x$ 及 $r=0.824$ 。若營業額 Y 之單位改為萬元時，則 \hat{y} 及 r 有何改變？請列式或說明理由，否則不予計分。
4. (16 分)統一發票搖獎機內有標示 0 到 9 的球各一個連續搖出球 100 次得下列結果

數字	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
次數	16	14	5	7	16	13	6	6	10	7

- (1) 試求在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下檢定 0 到 9 各小球出現的機率是否相等？
- (2) 試求數字 9 出現的機率 p 之 95%信賴區間。

附表

標準常態分配右尾機率數值表



機率函數： $P(Z > z_\alpha) = \alpha$, $P(Z > z) = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z)$

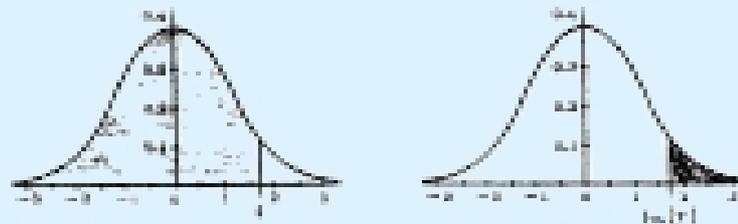
例：當 $\alpha = 0.100$ 時：(1) $P(Z > z_{0.10}) = 0.10$, $z_{0.10} = 1.282$

(2) $P(Z > z_{0.05}) = 0.05$, $z_{0.05} = 1.645$ (以插值法求得)

z_α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4980	0.4960	0.4940	0.4920	0.4900	0.4880	0.4860	0.4840	0.4820
0.1	0.4602	0.4582	0.4562	0.4542	0.4522	0.4504	0.4484	0.4464	0.4444	0.4424
0.2	0.4207	0.4187	0.4167	0.4147	0.4127	0.4107	0.4087	0.4067	0.4047	0.4027
0.3	0.3821	0.3801	0.3781	0.3761	0.3741	0.3721	0.3701	0.3681	0.3661	0.3641
0.4	0.3444	0.3424	0.3404	0.3384	0.3364	0.3344	0.3324	0.3304	0.3284	0.3264
0.5	0.3085	0.3065	0.3045	0.3025	0.3005	0.2985	0.2965	0.2945	0.2925	0.2905
0.6	0.2743	0.2723	0.2703	0.2683	0.2663	0.2643	0.2623	0.2603	0.2583	0.2563
0.7	0.2420	0.2400	0.2380	0.2360	0.2340	0.2320	0.2300	0.2280	0.2260	0.2240
0.8	0.2119	0.2099	0.2079	0.2059	0.2039	0.2019	0.1999	0.1979	0.1959	0.1939
0.9	0.1843	0.1823	0.1803	0.1783	0.1763	0.1743	0.1723	0.1703	0.1683	0.1663
1.0	0.1587	0.1567	0.1547	0.1527	0.1507	0.1487	0.1467	0.1447	0.1427	0.1407
1.1	0.1357	0.1337	0.1317	0.1297	0.1277	0.1257	0.1237	0.1217	0.1197	0.1177
1.2	0.1141	0.1121	0.1101	0.1081	0.1061	0.1041	0.1021	0.1001	0.0981	0.0961
1.3	0.0924	0.0904	0.0884	0.0864	0.0844	0.0824	0.0804	0.0784	0.0764	0.0744
1.4	0.0708	0.0688	0.0668	0.0648	0.0628	0.0608	0.0588	0.0568	0.0548	0.0528
1.5	0.0495	0.0475	0.0455	0.0435	0.0415	0.0395	0.0375	0.0355	0.0335	0.0315
1.6	0.0287	0.0267	0.0247	0.0227	0.0207	0.0187	0.0167	0.0147	0.0127	0.0107
1.7	0.0085	0.0065	0.0045	0.0025	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.8	0.0054	0.0034	0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.9	0.0025	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

附表

t 分配累積機率數值 (左圖) 及臨界值 (右圖) 表



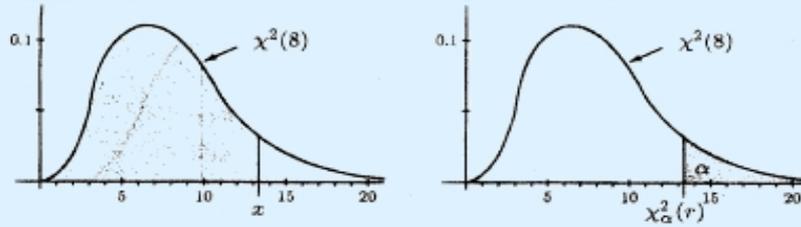
分配函數：(1) $P(T \leq t_\alpha(r)) = \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma((r+1)/2)}{\sqrt{\pi r} \Gamma(r/2) (1 + u^2/r)^{(r+1)/2}} du$
 $[P(T \leq -t) = 1 - P(T \leq t)]$

(2) $P(T \geq t_\alpha(r)) = \alpha$

例：(1) 若 $T \sim t(15)$ ，則 $P(T \leq 1.753) = 0.95$

(2) 若 $P(T \geq t_{0.025}(5)) = 0.025$ ，則 $t_{0.025}(5) = 2.571$

r	P(T ≤ t)						
	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999	0.9995
t _{α(r)}	t _{0.05(r)}	t _{0.025(r)}	t _{0.01(r)}	t _{0.005(r)}	t _{0.0025(r)}	t _{0.001(r)}	t _{0.0005(r)}
1	0.325	1.000	1.078	1.314	1.753	2.151	2.689
2	0.288	0.858	1.068	1.328	1.888	2.353	2.920
3	0.275	0.766	1.038	1.350	1.895	2.343	2.909
4	0.271	0.740	1.028	1.352	1.897	2.345	2.910
5	0.269	0.729	1.026	1.353	1.898	2.346	2.911
6	0.268	0.723	1.025	1.354	1.899	2.347	2.912
7	0.267	0.719	1.024	1.354	1.900	2.348	2.913



分配函數：(1) $P(X \leq x) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(r/2)2^{r/2}} w^{r/2-1} e^{-w/2} dw$

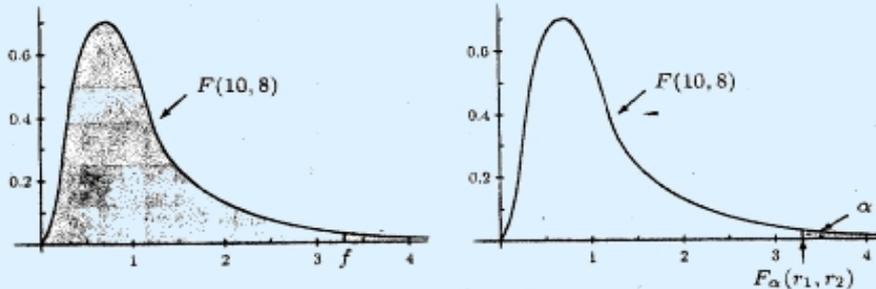
(2) $P(X \geq \chi^2_\alpha(r)) = \alpha$

例：(1)若 $X \sim \chi^2(4)$ ，則 $P(X \leq 9.488) = 0.95$

(2)若 $P(X \geq \chi^2_{0.05}(2)) = 0.05$ ，則 $\chi^2_{0.05}(2) = 5.991$

r	$P(X \leq x)$							
	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990
	$\chi^2_{0.99}(r)$	$\chi^2_{0.975}(r)$	$\chi^2_{0.95}(r)$	$\chi^2_{0.90}(r)$	$\chi^2_{0.10}(r)$	$\chi^2_{0.05}(r)$	$\chi^2_{0.025}(r)$	$\chi^2_{0.01}(r)$
1	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.34
4	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.14	13.28
5	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.07	12.83	15.09
6	0.872	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.239	1.690	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.646	2.180	2.733	3.490	13.36	15.51	17.54	20.09
9	2.088	2.700	3.325	4.168	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.558	3.247	3.940	4.865	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.053	3.816	4.575	5.578	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.571	4.404	5.226	6.304	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.107	5.009	5.892	7.042	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.660	5.629	6.571	7.790	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.229	6.262	7.261	8.547	22.31	25.00	27.49	30.58

附表 F 分配累積機率數值 (左圖) 及臨界值 (右圖) 表



分配函數：(1) $P(F \leq f) = \int_0^f \frac{\Gamma[(r_1 + r_2)/2](r_1/r_2)^{r_1/2} w^{r_1/2-1}}{\Gamma(r_1/2)\Gamma(r_2/2)(1 + r_1 w/r_2)^{(r_1+r_2)/2}} dw$

(2) $P(F \geq F_\alpha(r_1, r_2)) = \alpha$

例：(1)若 $F \sim F(8, 15)$ ，則 $P(F \leq 2.64) = 0.95$

(2)若 $P(F \geq F_{0.025}(5, 8)) = 0.025$ ，則 $F_{0.025}(5, 8) = 4.82$

α	$P(F \leq f)$	Den. d.f. r_2	Numerator Degrees of Freedom, r_1									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.05	0.95	1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9
0.025	0.975	1	647.79	799.50	864.16	899.58	921.85	937.11	948.22	956.66	963.2	968.63
0.01	0.99	1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056
0.05	0.95	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
0.025	0.975	2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40
0.01	0.99	2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
0.05	0.95	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
0.025	0.975	3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42
0.01	0.99	3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
0.05	0.95	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
0.025	0.975	4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84
0.01	0.99	4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
0.05	0.95	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
0.025	0.975	5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62
0.01	0.99	5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
0.05	0.95	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
0.025	0.975	6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46
0.01	0.99	6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87

試題完