

銘傳大學九十一學年度資訊管理研究所碩士班招生考試
管理科學
風險管理與統計資訊

第四節

微積分 試題

1. 當 $x > 10$ 時，試比較 2^x , $(\ln x^2)$, x^2 的大小(即決定何者最大，何者最小)。

2. 已知 $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^n$ 求 $f(\frac{1}{3})$ 與 $f'(\frac{1}{3})$ 的值。

3. 求下列極限值。

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{2x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \frac{2}{x})^x$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} \int_{1-x}^{1+x} e^t \cos \pi t dt)$

4. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+3} + \dots + \frac{1}{2n+n})$ 值。

5. 求下列積分值。

(i) $\int_{-2}^2 \cos^4 x \sin^3 x dx$

(ii) $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ ，其中 $f(x) = \begin{cases} \cos^2 x & \text{當 } x < 0 \\ \frac{1}{2}|x-2| & \text{當 } x \geq 0 \end{cases}$

(iii) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2x^2} dx$

(iv) $\int_0^3 [2x] dx$ ，其中 $[\cdot]$ 表高斯符號。

6. 求曲線 $x = y^2$ 與 $x - y = 2$ 所圍封閉區域 D 的面積。

7. 已知 $f(x)$ 在 $(0, \infty)$ 是可微分函數，且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ 試證明

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = 0。$$

8. (i) 求 $\tan^{-1}x$ 的馬可勞林級數(Maclaurin series)。(即求對 0 點的泰勒展開級數)。

(ii) 利用(i)的結果求算 $-1 + 1/3 - 1/5 + 1/7 - 1/9 + \dots$ 的和。

9. 求參數方程 $\begin{cases} x = uv \\ y = u + v \\ z = u - v \end{cases}$ ， $u^2 + v^2 \leq 1$ ，所表示曲面 S 的表面積。

試題完