

管理研究所

銘傳大學九十二學年 資訊管理學系 碩士班招生考試

資工工程學系

風險管理與統計資訊研究所

第四節

微積分 試題

1. 求下列極限值。(三十分)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(2x+1) - \ln(x-1)]$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{-4} (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + x^3)$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x \sqrt{1+t^3} dt$

2. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2+2, & x \leq 1 \\ ax-1, & x > 1 \end{cases}$ ，決定 a 值使得 $f(x)$ 在所有實數連續。(十分)

3. 求曲線 $y^2 = x$ 與點 $(2,0)$ 的最短距離。(十分)

4. 求曲線 $y^2 = x$ 與直線 $y = x - 2$ 所包圍的區域面積。(十分)

5. 已知 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ ，求 $\int_{-\infty}^{\infty} x^{3/2} e^{-x} dx$ 。(十分)

6. 求下列積分。(三十分)

(a) $\int x^3 (x-1)^{-2} dx$

(b) $\int (1+x)^{-1/2} dx$

(c) $\int_{-2}^2 x^{-2} dx$

(d) $\int_0^2 \int_{2y}^4 e^{x^2} dx dy$

(e) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{4-x^2-y^2} dy dx$