

微積分 試題

(限用答案本作答)

是非題, 下列敘述, 對的打 O, 錯的打 X (用答案本作答)

1. (i) $\frac{d \ln|x|}{dx} = \frac{1}{|x|}$.

(ii) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在, 則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

(iii) 若 $f'(a) = 0$ 且 $f''(a) > 0$, 則 $f(x)$ 在 $x = a$ 處得最大值。

(iv) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x}{x-3} - \frac{6}{x-3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x-3} - \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6}{x-3}$.

(v) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \infty$, 則 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - g(x)) = 0$.

(vi) 若 $f(x) > 0, \forall x$, 則 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) > 0$.

(vii) 若 f 是可微分函數且 $f(-1) = f(1)$, 則存在一 $c, |c| < 1$, 滿足 $f'(c) = 0$.

(viii) 若 $y = \pi^x$ 則 $\frac{dy}{dx} = 4\pi^3$.

(ix) 若 $f'(x) = g'(x) \forall x \in (0, 1)$, 則 $f(x) = g(x), \forall x \in (0, 1)$.

2. 已知 $f(x) = \cos(x^4)$, 求 $f^{(12)}(0)$ 之值。

3. 求下列極限值。

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+n}} \right)$.

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right)$.

(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \int_{\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi+n}} \cos(t^2) dt \right)$.

本試題兩面印刷

接 下 頁

4. 求下列函數的導數 $(\frac{dF(x)}{dx})$.

15%

(i) $F(x) = |\cos x|$.

(ii) $F(x) = x^{\sqrt{x}}$.

(iii) $F(x) = \int_{x+1}^2 t^2 e^t dt$.

5. 求下列積分 .

20%

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx$.

(ii) $\int \frac{1}{x^2-4} dx$.

(iii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$

(iv) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} [x + \frac{1}{2}] dx$, 其中 $[]$ 表高斯符號 .

6. 求曲線 $x = y^2$ 與直線 $4x - 3y = 1$ 所圍出封閉區的面積 A .

10%

試題結束