

微積分試題 (限用答案本作答)

注意：每題十分

1. 求  $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$ .
2. 求  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$ .
3. 求曲線  $y^3 = x^2$  介於點  $(1, 1)$  與  $(8, 4)$  之間的長度。
4. 決定冪級數  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$  的收斂域並求其收斂函數。
5. 試說明函數  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & \text{若 } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{若 } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  在那裡連續, 在那裡不連續。
6. 若  $D$  是橢圓  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  所包圍的區域, 求  $\iint_D x^2 dA$ .
7. 令  $D = \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 \leq 1\}$ , 求函數  $f(x, y) = e^{-xy}$  在  $D$  的極值。
8. 若某空間的電位為  $V(x, y, z) = x^2 - 3xy + xyz$ , 求點  $P(1, 1, 1)$  沿那一個方向電位的變化率最大且其值為何。
9. 求曲面  $x^3 + y^3 + z^3 - 2xyz = 1$  於點  $(1, 1, 1)$  的切平面。
10. 試說明函數  $f(x) = x^3 + 2x - 1$  是否有反函數, 若有反函數, 求  $(f^{-1})'(2)$ 。

試題完