

微積分試題

(限用答案本作答)

注意：每題十分

1. 求 $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$.

2. 求 $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$.

3. 求曲線 $y^3 = x^2$ 介於點 $(1, 1)$ 與 $(8, 4)$ 之間的長度。

4. 決定冪級數 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收斂域並求其收斂函數。

5. 試說明函數 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & \text{若 } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{若 } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在那裡連續, 在那裡不連續。

6. 若 D 是橢圓 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 所包圍的區域, 求 $\iint_D x^2 dA$ 。

7. 令 $D = \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 \leq 1\}$, 求函數 $f(x, y) = e^{-xy}$ 在 D 的極值。

8. 若某空間的電位為 $V(x, y, z) = x^2 - 3xy + xyz$, 求點 $P(1, 1, 1)$ 沿那一方向電位的變化率最大且其值為何。

9. 求曲面 $x^3 + y^3 + z^3 - 2xyz = 1$ 於點 $(1, 1, 1)$ 的切平面。

10. 試說明函數 $f(x) = x^3 + 2x - 1$ 是否有反函數, 若有反函數, 求 $(f^{-1})'(2)$ 。

試題完