銘傳大學 98 學年度研究所碩士班招生考試

應用統計資訊學系碩士班

第三節

機率論試題

（第1頁共一頁）（限用答案本作答）　　□可使用計算機 ☑不可使用計算機

1. 設有一二維隨機變數 (X,Y) 的聯合機率密度函數爲

$$f_{X,Y}(x,y)=xe^{-x(1+y)},\quad x>0, y>0.$$

求 $Z=XY$ 的機率分配爲何？ (15%)

2. 假設 Y 爲一隨機變數，經 $X=\ln Y-1$ 轉換後之分配爲卜瓦松分配 $\lambda=5$，即機率分配爲 $f(x)=\dfrac{5^x e^{-5}}{x!}, x=0,1,\ldots$，求 $E(\sqrt{Y})=?$ (15%)

3. 假設 $U_{(1)},U_{(2)},\cdots,U_{(10)}$ 是來自均勻分配 $U(0,1)$ 的隨機樣本之順序統計量 (order statistics)，求 $P(U_{(8)}\le 0.7\,|\,U_{(7)}=0.4)=?$ (15%)

4. 隨機變數 X 爲擲一次公平骰子的點數，其機率分配爲

$$P(X=k)=\frac{1}{6}, k=1,2,3,4,5,6.$$

設 $X_1,\cdots,X_n$ 爲獨立擲 n 次骰子的隨機樣本，令 $Y=\min\{X_1,\cdots,X_n\}$ 爲 n 次中最小的點數，試證明 Y 的機率分配爲

$$P(Y=k)=\left(\frac{7-k}{6}\right)^n-\left(\frac{6-k}{6}\right)^n, k=1,2,3,4,5,6.\ (15\%)$$

5. 令 $X\sim B(n,p)$，其機率分配爲 $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}, k=0,1,\ldots,n.$，假設隨機選出 X 後，再從 $1,2,\cdots,X,X+1$ 的號碼中隨機選取 Y，求 $E(Y)=?$ (15%)

6. 隨機變數 U 服從爲均勻分配 $U(-\alpha,2\alpha)$，若 $5P(|U|<1)=2P(|U|>2)$，求 $\alpha=?$ (15%)

7. 假設隨機變數 Y 的機率分配爲羅吉斯分配 (logistic distribution)，其機率密度函數爲 $f_Y(y)=\dfrac{e^y}{(1+e^y)^2},\quad -\infty<y<\infty.$

求 Y 的動差母函數 (moment generating function) $M_Y(t)$ ？(10%)

試題完