

銘傳大學九十一學年度重點運動項目績優學生獨立招生考試

第三節

數學 試題

[一]、單一選擇題(每題 6 分)

1. 下列五組資料(每組各有十筆)

(A): 1、1、1、1、1、10、10、10、10、10

(B): 1、1、1、1、1、5、5、5、5、5

(C): 4、4、4、5、5、5、5、6、6、6

(D): 1、1、2、2、3、3、4、4、5、5

(E): 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10

試問哪一組標準差最大?

2. 設 $-4 \leq x \leq -2$, $-3 \leq y \leq 1$, 下列各值範圍何者是正確的?

(F) $-1 \leq x-y \leq -3$

(G) $1 \leq y^2 \leq 9$

(H) $4 \leq x^2 \leq 16$

[二]、多重選擇題(每題 6 分)

3. $t \in \mathbb{R}$, 下列何者為通過兩點 $(2, -1)$ $(-2, 2)$ 的直線參數式?

(A) $\begin{cases} x=2-4t \\ y=-4+6t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=2-4t \\ y=-4+6t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x=-2t \\ y=3t-1 \end{cases}$

[三]、填充題(每題 6 分)

4. 等腰三角形底邊長為 20, 頂角為 80° , 則腰長為_____。

5. 設 $(x^{12}-x^9+ax^8-5x^4+6)(x^7+bx^6+3x^5-3x^3+6)$ 展開式中 x^{14} 項的係數是 -4 , x^{15} 項的係數是 2 , 則 $a+b=$ _____。

6. 27^{452} 除以 13 的餘數為_____。

7. 一個正六邊形的邊長為 6, 將個角適當的減去一個正三角形可得一個正十二邊形。此正十二邊

- 形的每一邊長為_____。
8. 桌面上有兩個大小不同的球，相互靠在一起。大球的半徑為20公分，小球的半徑為5公分。
求這兩個球分別與桌面接觸的兩點距離。
答：_____公分。
9. 設 $y=x^2-2kx+3k$ 的圖形恆在直線 $y=-4$ 的上方，則實數 k 的範圍是_____。
10. 計算 $\log 25/9 - \log 7/4 + \log 9 + 3\log 5/4 + \log_5 1/5 + 9\log 2 =$ _____。

[四]、計算、證明題(每題6分)

11. 若整數 a, b, q, r 滿足 $a = bq + r$ ，且令 (a, b) 表示 a 與 b 的最大公因數。利用 $(a, b) = (b, r)$ 的結果計算 $3^{30}-1$ 及 $3^{29}+2$ 的最大公因數。(15分)

12. 若 _____，可知

$$S_1=1/4, S_2=2/7, S_3=3/10, S_4=4/13, S_5=5/16, S_6=6/19, \dots$$

- (a) 根據 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 \dots$ 值猜測 S_n 之公式。(5分)
(b) 以數學歸納法證明你的公式是正確的。(10分)

13. 百貨公司舉辦週年慶活動，凡購物付款前可參加抽獎，抽獎箱中有紅、黃、綠、藍、白五色球各1、2、3、4、5個，抽獎者可抽出一球，若抽中紅色的球可付費，抽中黃、綠、藍球各享有9折、8折、7折優惠，抽中白球則無優惠
- (a) 顧客可完全免費購物的機率是多少?_____。(5分)
(b) 此抽樣活動整體而言相當於該商品打幾折?_____。(5分)

參考公式及可能用到的數值

$$\text{算數平均數 } M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{標準差 } S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$$

$$\text{相關係數 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

其中 S_X 為變量 X 之標準差， S_Y 為變量 Y 之標準差。

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.4142$ ； $\sqrt{3} \approx 1.7321$ ； $\sqrt{5} \approx 2.2361$ ； $\sqrt{7} \approx 2.6458$

對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

試題完