

銘傳大學 104 學年度寒假轉學生招生考試

資訊管理學系、資訊工程傳播學系、資訊工程學系、電腦與通訊工程學系、電子工程學系、生物醫學工程學系

第二節

「微積分」試題

(第 | 頁共 | 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

1. 求下列極限值. (24 分)

(i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^3-x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x-5|}{x-5}$ (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{n})^n$ (iv) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1-\cos t}{t^2}$ (v) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-t^2}}{t}$

(vi) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, 其中 $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{當 } x \geq 0 \\ 2x+1, & \text{當 } x < 0 \end{cases}$

2. 求下列函數的導函數 (即求 $\frac{dy}{dx}$). (24 分)

(i) $y = 4x^2 + 1$ (ii) $y = \frac{x^2+3}{\sqrt{x}}$ (iii) $y = \sin(3x^2+1)$

(iv) $y = 2^{x+4}$ (v) $y = \sqrt{x}e^{\sqrt{x+1}}$ (vi) $y = \int_1^{x^2} t^2 e^t dt$

3. 已知 $y=f(x)$, 且 $f(x) = (x^2+4)^5$. (8 分)

(i) 求 $f^{(2)}(x)$. (ii) 求 $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}|_{x=0}$

4. 求下列積分. (24 分)

(i) $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ (ii) $\int_1^4 \sqrt{t} dt$ (iii) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ (iv) $\int_0^\pi x \sin x dx$

(v) $\int_0^1 \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+1}} dx$ (vi) $\iint_s (x^2+y^2) dA$, 其中 $s = \{(x,y) | 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1-y\}$.

5. 求下列微分方程式的解. (10 分)

(i) $(x+1)\frac{dy}{dx} + x^2 + 1 = 0$ 且當 $x=0$ 時 $y=2$.

6. 已知 $f(x) = \cos(2x)$. (10 分)

(i) 已知 $\cos(2x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, 求 a_n 值.

(ii) 求 $\cos(2x)$ 在 $x=0$ 的泰勒級數(Taylor series).

試題完
End of exam