

管理數學 試題

一、 設 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ ，試求 A^{-1} 。(10%)

二、 設 A, B 為同階的方陣，試說明等式 $(AB)^2 = A^2B^2$ 是否成立的理由。(10%)

三、 設 $L: R^5 \rightarrow R^4$ 為 $L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$ ，試求：

(1) $\text{Ker } L$ 的基底。(10%)

(2) $\text{Range } L$ 的基底。(10%)

四、 設 A, P 均為 n 階方陣，且 P 為非奇異矩陣 (non-singular matrix)，

(1) 試證 $(P^{-1}AP)^n = P^{-1}A^nP$ ， n 為正整數。(10%)

(2) 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，試利用(1)求 A^{10} 。(10%)

五、 假設某工廠生產兩種產品的成本函數為 $C = 6x^2 + 10y^2 - xy + 30$ (以百元為單位)，其中 x, y 分別代表兩種產品的數量。由於客戶訂單上要求 $x + y = 34$ ，試問

(1) 最小成本為何？(5%)

(2) 若訂單上要求的是 $x + y = 33$ ，大約可降低多少成本？(5%)

六、 擲一對骰子，若已知有一骰子出現 4，則兩骰子點數和大於 7 之機率為何？(10%)

七、 設隨機變數的機率密度函數為 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，試求 $g(x) = 2X - 1$

的期望值。(10%)

八、 設 $z = f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 24x - 3y + 10$ ，試求 f 的極值。(10%)