

# 銘傳大學九十學年度轉學生招生考試

七月三十日 第四節

經濟 轉三

## 微積分 試題

一、求下列函數  $f(x)$  的導函數  $f'(x)$ 。(18%)

(1)  $f(x) = (1 + 2x^2)^4$       (2)  $f(x) = 3^{4x}$       (3)  $f(x) = (3x + x^2)\sin 4x$

(4)  $f(x) = |2x + x^2|$       (5)  $f(x) = \int_1^{3x} t^2 e^t dt$       (6)  $f(x) = \cos^{-1} 4x$

二、求  $\sin 4x$  在  $C = \pi$  點的泰勒展開級數(Taylor series at  $c = \pi$ )。(8%)

三、求極限值(如果有存在的話)。(12%)

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$       (2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$       (3)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{4x} e^{t^2} dt}{\sin 4x}$

四、令  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1, & \acute{a}cx < 1 \\ 2x + b, & \acute{a}cx \geq 1 \end{cases}$  (8%)

- (1) 試問  $a$ 、 $b$  應取為何值時， $f$  才會處處連續。  
(2) 試問  $a$ 、 $b$  應取為何值時， $f$  才會處處可微分。

五、求下列積分。(18%)

(1)  $\int_0^1 x^2 (x^3 + 1)^4 dx$       (2)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x \sin 6x dx$       (3)  $\int_1^2 \frac{1}{2x-1} dx$       (4)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$

(5)  $\int_0^1 \ln 2x dx$       (6)  $\int_0^2 f(x) dx$ , “†”,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \acute{a}cx \leq 1 \\ x, & \acute{a}cx > 1 \end{cases}$

六、令  $f(x) = (x^2 - 1)^3$  (16%)

- (1) 試問  $f$  在何處遞增?何處遞減?  
(2) 試求  $f$  的最大值與最小值?

(3) 試描繪出  $y=f(x)$  的圖形?

七、判斷下列級數何者收斂?何者發散? (12%)

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{3n^2+n}$       (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$       (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2}{n}$       (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{1+n}$

八、求由曲線  $y^2=4x$  與直線  $y=x$  所圍出封閉區域的面積。 (8%)

**試題完**