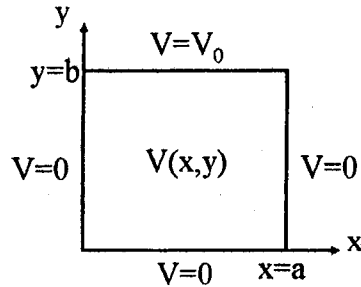


[1](20%)



如圖所示之二維邊界值問題，內部區域的電位分佈  $V(x,y)$  必須滿足 Laplace 方程式。左面、右面與下面均接地，上面則是加上  $V_0$  之電位。

(a) 請寫下二維 Laplace 方程式的直角座標展開式 \_\_\_\_\_ (5%)

(b) 請求得內部區域的電位分佈應該為何。  $V(x,y) =$  \_\_\_\_\_ (15%)

[2](20%)

$$\vec{A} = \hat{a}_x(x-2) + \hat{a}_y(y+3) + \hat{a}_z z$$

(a) 散度為何，即  $\nabla \cdot \vec{A} =$  \_\_\_\_\_ (5%)

(b) 旋度為何，即  $\nabla \times \vec{A} =$  \_\_\_\_\_ (5%)

(c) 若  $\vec{B}$  為常數向量，試求  $\nabla(\vec{A} \cdot \vec{B}) =$  \_\_\_\_\_ (10%)

[3](15%)

微分方程式為

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + 5 \frac{d}{dx} y(x) + 6y(x) = 6e^{-x}$$

(a) 齊性解為  $y_h =$  \_\_\_\_\_ (5%)

(b) 特解為  $y_p =$  \_\_\_\_\_ (10%)

[4](25%)

(a) 試寫下  $f(x)$  與  $g(x)$  之摺積(convolution)，即  $f(x) * g(x) =$  \_\_\_\_\_ (5%)

(b) 請寫下傅力葉轉換(Fourier transform)與反傅力葉轉換(inverse Fourier transform)之公式(5%)

(c) 若  $f(x)$  的傅力葉轉換為  $\hat{f}(\omega)$ ， $g(x)$  的傅力葉轉換為  $\hat{g}(\omega)$ ，請寫下(不須證明)  $f(x) * g(x)$  之傅力葉轉換為何？(5%)

(d) 請證明上一小題之論述(10%)

[5](20%)

(a) 試求  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  對  $x=0$  之泰勒級數(Taylor series)展開(寫出四項)(10%)

(b) 試求  $g(x) = \tan^{-1} x$  對  $x=0$  之泰勒級數(Taylor series)展開(寫出四項)(10%)

試題完