

銘傳大學 99 學年度春季轉學生招生考試

1 月 22 日 第三節

微積分試題

(第 1 頁共 1 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

1. 求下列函數的導函數 (即求 $\frac{dy}{dx}$) .

20% (i) $y = 3x^2 + x + 2$

(ii) $y = (x^5 + 2x)^6$

(iii) $y = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(iv) $y = \int_0^{x^2+1} \sin^4 t \, dt$

(v) $y = \log_{10}(3 + x^2)$

2. 求下列極限.

20% (i) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 2\theta}{\theta}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2 + x - 2}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x e^{t^2} \, dt}{x-1}$

(v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^{4n}$

3. 已知 $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

(i) 試問 f 在何區間遞增? 何區間遞減?

(ii) 求 f 的絕對極大值與絕對極小值.

4. 敘述微積分基本定理.

5. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n+1} + \frac{2}{n+2} + \frac{2}{n+3} + \dots + \frac{2}{n+n}\right)$ 之值.

6. 已知函數 $f(x) = x^5 + 2x^3 + 3x + 2$ 的反函數為 $f^{-1}(x)$, 求 $(f^{-1})'(2)$ 值.

7. 求下列積分.

20% (i) $\int x^3 \cdot \sqrt{x} \, dx$

(ii) $\int \frac{x}{x^2 - 5x + 6} \, dx$

(iii) $\int_0^3 |x^2 + x - 2| \, dx$

(iv) $\int_0^1 3^{5x} \, dx$

(v) $\int_0^{\pi} e^x \sin x \, dx$

試題結束.

試題完